



ASSOCIAZIONE ITALIANA DI IDRONOMIA

Provincia Autonoma di Trento

UFFICIO PIANIFICAZIONE E RILEVAZIONI IDRICHE

ANALISI DEL REGIME DELLE PIOGGE INTENSE PER LA PROVINCIA AUTONOMA DI TRENTO

Relazione tecnico scientifica

Aprile 2011

Indice

1	Finalità dello studio	3
2	Analisi di frequenza dei massimi annuali di precipitazione e derivazione delle linee segnalatrici di probabilità pluviometrica (LSPP)	5
3	Distribuzioni di probabilità	7
3.1	Metodi di stima dei parametri	7
3.2	Distribuzione di Gumbel.....	8
3.2.1	Stima dei parametri tramite il metodo dei momenti convenzionali	9
3.2.2	Stima dei parametri tramite il metodo dei momenti lineari.....	9
3.2.3	Stima dei parametri tramite il metodo della massima verosimiglianza.....	9
4.	Linee segnalatrici scala-invarianti	11
4.1	Formulazione scala-invariante con la distribuzione di Gumbel	12
4.2	Test di adattamento.....	14
4.3	Formulazione adottata per l'analisi e stima degli scrosci (15 min – 45 min).....	14
5.	Valutazione delle linee segnalatrici di probabilità pluviometrica in siti privi di osservazioni pluviometriche e per generici bacini idrografici.....	17
5.1	Estrapolazione geostatistica dei parametri del modello scala-invariante	17
5.1.1	Richiami sul kriging.....	17
5.2	Risultati ottenuti.....	21
5.3	Calcolo della Linea Segnalatrice di Probabilità Pluviometrica rappresentativa a scala di bacino idrografico.....	22
5.4	Mappe dei quantili di pioggia a scala provinciale	24
6.	Valutazione del fattore di riduzione all'area	27
7.	Bibliografia.....	29

1 Finalità dello studio

Un'adeguata conoscenza del regime delle piogge intense costituisce elemento di fondamentale importanza per un'esauriente definizione delle caratteristiche climatiche del territorio ed è requisito essenziale per la valutazione del rischio idraulico e idrogeologico, sia dal punto di vista della determinazione della portata al colmo di piena, temibile lungo la rete idrografica, sia per quanto riguarda l'analisi di stabilità dei versanti e dell'erosione superficiale. Nella progettazione delle opere idrauliche, così come negli interventi di ingegneria naturalistica e nella pianificazione delle misure intese a mitigare il rischio alluvionale, il calcolo della portata di progetto è spesso eseguito sulla base di semplici modelli 'afflussi-deflussi'. Attraverso una descrizione semplificata dei processi idrologici a scala di bacino e sulla base di una descrizione probabilistica del processo di pioggia, tali metodi consentono di trasformare la pioggia di durata e tempo di ritorno assegnati in valori temibili della portata al colmo, il cui tempo di ritorno coincide, secondo l'ipotesi di lavoro fondante del metodo, con quello della sollecitazione meteorica. L'analisi statistica delle piogge intense è sintetizzata, per ciascun sito di misura, in una relazione che descrive, per un assegnato valore di probabilità di superamento, la crescita dell'altezza di pioggia temibile al crescere della durata. Tale relazione prende il nome di linea segnalatrice di probabilità pluviometrica (LSPP).

Scopo della presente indagine è quello di pervenire, tramite l'analisi statistica dei valori massimi annuali di precipitazione di diversa durata, alla valutazione su base regionale delle linee segnalatrici di probabilità pluviometrica per il territorio della Provincia Autonoma di Trento. La valutazione delle linee segnalatrici in siti privi di osservazioni pluviometriche richiede l'estrapolazione spaziale dei risultati ottenuti tramite le elaborazioni statistiche dei dati di pioggia massima annuale per le diverse durate di interesse, relativi alle registrazioni di ogni stazione pluviografica della rete di rilevamento dotata di dati sufficienti. Quando si utilizzi il tradizionale metodo dei quantili regolarizzati, si devono valutare, per ogni generico punto di coordinate \mathbf{u} della regione esaminata, i valori del coefficiente pluviometrico $a_T(\mathbf{u})$ e dell'esponente $n_T(\mathbf{u})$ della corrispondente espressione di potenza, variabili con il tempo di ritorno T , a partire da quelli stimati nelle stazioni limitrofe. In tal senso, il metodo dei quantili regolarizzati non si presta ad una razionale soluzione del problema di estrapolazione, poiché obbliga a risolvere il problema di stima di $a_T(\mathbf{u})$ e di $n_T(\mathbf{u})$ per ogni valore di T di interesse. Inoltre, operando separatamente tale estrapolazione per ciascun tempo di ritorno, può accadere di incorrere in soluzioni inconsistenti del problema, nelle quali, p. es., le linee segnalatrici corrispondenti a due generici tempi di ritorno possono intersecarsi. Tenendo conto di questo fatto, si è ritenuto opportuno applicare, per il problema di stima regionale delle linee segnalatrici, metodologie di stima fondate sulla cosiddetta proprietà dell'invarianza di scala, rispetto alla durata, per i momenti di primo e secondo ordine rispetto all'origine delle altezze di precipitazione (Burlando e Rosso, 1991, 1996; Bacchi et al., 1995; Ranzi et al., 1999). Queste metodologie consentono di risolvere, allorché la proprietà di invarianza di scala sia verificata, il problema di stima delle linee segnalatrici in punti privi di osservazioni pluviometriche mediante estrapolazione di un numero limitato di parametri, legati alle statistiche delle precipitazioni osservate nei punti di misura. La metodologia di stima risulta quindi statisticamente più robusta, per questo scopo, rispetto a quella basata sul metodo dei quantili regolarizzati.

Il metodo dei quantili regolarizzati è descritto al Capitolo 2 del rapporto, mentre le distribuzioni di probabilità utilizzate sono descritte al Capitolo 3.

Il modello scala-invariante è stato utilizzato nell'ambito del presente lavoro per le durate comprese fra 15 minuti e 24 ore, utilizzando relazioni diverse per gli scrosci (15 min – 60 min) e per le durate orarie (1 ora – 24 ore). In particolare, per l'analisi degli scrosci è stata valutata ed utilizzata una metodologia che consente la stima del quantile di precipitazione di durata compresa fra 15 min e 60 minuti in funzione del corrispondente quantile di durata oraria. Il modello scala-

invariante qui utilizzato è stato sviluppato sulla base della distribuzione di Gumbel; il Capitolo 4 della relazione descrive tale distribuzione e la valutazione del suo adattamento al campione di osservazioni disponibili.

Le metodologie geostatistiche utilizzate per la stima regionale delle LSPP sono descritte nel Capitolo 5.

Le procedure di analisi sono state applicate sulla base dei valori massimi annuali di precipitazione di breve durata registrati tra il 1923 ed il 2009 in 62 stazioni pluviografiche ubicate nel territorio provinciale. Dette 62 stazioni sono quelle caratterizzate da numerosità campionaria almeno pari a 15 anni per tutte le durate comprese nell'intervallo 1h-24h, onde garantire una buona robustezza delle stime. Per quanto riguarda il problema di estrapolazione spaziale delle linee segnalatrici, al fine di rendere più affidabile tale valutazione nelle zone 'di bordo' prossime ai confini amministrativi provinciali sono stati utilizzati dati di precipitazione massima annuale relativi a diverse stazioni ubicate in province limitrofe (11 stazioni per la provincia di Brescia, 38 stazioni per quella di Bolzano, 12 stazioni per le province di Belluno e Vicenza). Tali stazioni soddisfano il vincolo di numerosità campionaria non inferiore a 25 elementi per le durate comprese fra 1h e 24h. Le procedure seguite per la verifica di qualità dei dati utilizzati sono descritte in Appendice.

2 Analisi di frequenza dei massimi annuali di precipitazione e derivazione delle linee segnalatrici di probabilità pluviometrica (LSPP)

L'analisi delle osservazioni pluviometriche è usualmente compiuta ipotizzando che le caratteristiche statistiche del processo di pioggia siano invarianti durante il periodo di osservazione. Tale assunzione porta a trascurare i possibili effetti dovuti al cambiamento climatico locale e globale. L'errore così commesso può ritenersi in prima approssimazione ininfluenza, in mancanza spesso di osservazioni estese a sufficienza per quantificare tali fenomeni. L'ipotesi di assenza di *trend* nelle serie temporali disponibili è stata comunque valutata statisticamente in questo studio, con esiti positivi, utilizzando il test di Mann-Kendall. I corrispondenti risultati sono riportati in Appendice.

Nella tradizionale pratica idrologica la procedura utilizzata per la stima delle LSPP si articola nei seguenti tre passaggi fondamentali:

- identificazione del modello probabilistico rappresentativo della serie dei massimi annuali delle altezze di pioggia di assegnata durata. Si noti che tale modello può, a rigore, essere diverso per le varie durate;
- stima dei parametri della distribuzione di probabilità prescelta per ciascuna durata di pioggia e determinazione, per ciascuna durata d , delle piogge di assegnato tempo di ritorno T (quantili¹), qui indicati come $h_T(d)$;
- interpolazione dei valori dei quantili di precipitazione ottenuti per le varie durate al fine di ottenere, per ciascun tempo di ritorno considerato, la corrispondente LSPP.

Questa procedura viene denominata *metodo dei quantili regolarizzati*, poiché si basa sulla regolarizzazione statistica delle stime relative ai quantili di diversa durata. Una volta stimati i parametri della regressione, le altezze di precipitazione sono esprimibili mediante una relazione, da tempo adottata nella pratica progettuale italiana, del tipo

$$h_T(d) = a_T d^{n_T} \quad (2.1)$$

in cui la costante a_T e l'esponente di scala n_T dipendono dal tempo di ritorno. E' noto tuttavia che la legge (2.1) tende all'infinito per t che tende a zero e tende a sovrastimare l'intensità di pioggia per le durate molto brevi (inferiori all'ora). Una relazione più generale è la seguente

$$h_T(d) = \frac{a_T d}{(d + b_T)^{m_T}} \quad (2.2)$$

dove i parametri a_T , b_T ed m_T sono funzione del tempo di ritorno. Si osserva tuttavia che la loro dipendenza funzionale non può essere arbitraria, in quanto le LSPP per due generici tempi di ritorno T_1 e $T_2 < T_1$ non possono intersecarsi. Se $(a_{T_1}, b_{T_1}, m_{T_1})$ e $(a_{T_2}, b_{T_2}, m_{T_2})$ rappresentano i due insiemi di parametri per T_1 e T_2 , è possibile dimostrare (Koutsoyiannis et al., 1998) che i parametri devono verificare i seguenti vincoli

¹ Si definisce quantile F-esimo di una variabile aleatoria continua H il valore h_F che H assume con una probabilità di superamento pari a $1-F$.

$$\begin{aligned}
& a_{T1} > 0; a_{T2} > 0 \\
& 0 < m_{T1} < 1; 0 < m_{T2} < 1 \\
& b_{T1} \geq 0; b_{T2} \geq 0 \\
& m_{T1} = m_{T2}; \frac{a_{T1}}{a_{T2}} > 1; \frac{b_{T1}^{m_{T1}}}{a_{T1}} \leq \frac{b_{T2}^{m_{T2}}}{a_{T2}}
\end{aligned} \tag{2.3}$$

Nell'ambito di questo studio si è ritenuta comunque adeguata, ai fini della formulazione delle LSPP, l'utilizzazione dell'equazione (2.1), generalizzata utilizzando due diversi valori per l'esponente di scala per le durate inferiori all'ora e per quelle superiori. La procedura di stima dei parametri a , n ed ns (dove n ed ns indicano rispettivamente l'esponente di scala per l'intervallo di durate compreso fra 1h e 24h, e quello valido per l'intervallo 15 min – 1h) è descritta nei capitoli seguenti.

3 Distribuzioni di probabilità

La distribuzioni di probabilità di Gumbel, utilizzata nel presente studio, è sinteticamente presentata nelle sezioni seguenti. Con X viene generalmente indicata la variabile aleatoria le cui determinazioni sono rappresentate dagli N massimi annuali di precipitazione di breve durata e con Y una variabile ridotta funzione della variabile X e dei parametri della distribuzione.

3.1 Metodi di stima dei parametri

La stima dei parametri della distribuzione teorica a partire dal campione rappresenta un momento cruciale del procedimento di inferenza statistica. Nel presente lavoro è stato utilizzato il metodo dei momenti (sia il metodo dei momenti convenzionale che quello basato sul metodo dei momenti lineari (*L-moments*), del quale si fornisce di seguito una descrizione più approfondita) e il metodo della massima verosimiglianza.

Gli *L-moments* (momenti lineari) sono quantità analoghe ai momenti convenzionali ma sono stimati sulla base di combinazioni lineari di statistiche di diverso ordine. Quantità analoghe ai rapporti di momenti convenzionali quali il coefficiente di variazione CV , il coefficiente di asimmetria CS ed il coefficiente di appiattimento (o kurtosi) sono i rapporti di *L-moments* : $L-CV$, $L-CS$ e $L-kurtosi$.

Un importante vantaggio dei momenti lineari è costituito dal fatto che, poiché questi sono funzioni lineari dei dati, risentono meno della variabilità campionaria e della distorsione dovuta alla elevazione a potenza dei dati. E' ben noto, infatti, che stime di CV e CS basate su campioni di limitata numerosità (inferiori a 100 elementi) soffrono di significativa distorsione e variabilità campionaria (Fischer, 1929 ; Hazen, 1930 ; Wallis et al., 1974). Wallis et al. (1974) hanno mostrato come le proprietà campionarie (distorsione e varianza) degli stimatori convenzionali dei momenti statistici dipendano dal tipo di distribuzione di probabilità cui appartiene il campione. Per questo motivo, le metodologie introdotte per limitare l'influenza della distorsione su tali stime sono generalmente coronate da limitato successo. I momenti lineari introdotti a Hosking (1990) sono, per contro, quasi indistorti per tutte le distribuzioni ed anche per basse numerosità campionarie. I momenti lineari sono descritti in letteratura, fra gli altri, da Hosking (1990), Stedinger et al. (1993), Wallis (1989), Vogel e Fennessey (1993) e Wang (1996).

I primi quattro momenti lineari sono definiti nel modo seguente

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= E[X_{1:1}] \\ \lambda_2 &= \frac{1}{2} E[X_{2:2} - X_{1:2}] \\ \lambda_3 &= \frac{1}{3} E[X_{3:3} - 2X_{2:3} + X_{1:3}] \\ \lambda_4 &= \frac{1}{4} E[X_{4:4} - 3X_{3:4} + 3X_{2:4} - X_{1:4}] \\ \tau_2 &= \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \\ \tau_3 &= \frac{\lambda_3}{\lambda_2} \\ \tau_4 &= \frac{\lambda_4}{\lambda_2}\end{aligned}\tag{3.1}$$

dove $X_{j:m}$ indica la variabile posta in posizione j in un campione di dimensione m ordinato in senso crescente ed $E[\]$ indica l'operatore di media. Il calcolo dei momenti lineari è tradizionalmente effettuato utilizzando i momenti pesati in probabilità (probability weighted moments, Greenwood et al., 1979). E' possibile, tuttavia, fondare la stima dei momenti lineari direttamente sulla loro definizione, come mostrato da Wang (1996). Utilizzando quest'ultima opzione, e prendendo il caso di λ_2 come esempio, questo momento viene calcolato (i) selezionando tutte le possibile coppie di valori del campione, (ii) calcolando per ciascuna coppia la differenza come indicato in (2.6), (iii) calcolando la media di tutte le differenze così ottenute, ed infine (iv) dividendo il risultato per due. Generalmente λ_2 assume valori che sono all'incirca la metà dei valori della deviazione standard del campione. Il momento lineare di primo ordine è equivalente alla media del campione. Si nota che i rapporti dei momenti lineari possono assumere valori compresi in un intervallo limitato, essendo $|\tau_r| < 1$ per $r=3,4$ e $0 < \tau_2 < 1$ per campioni costituiti da elementi di valore positivo.

I momenti lineari possono essere utilizzati per costruire i diagrammi dei rapporti dei momenti, in modo analogo a quanto è possibile fare utilizzando i rapporti dei momenti convenzionali (Cunnane, 1989). Tali diagrammi vengono costruiti rappresentando la relazione fra τ_2 e τ_3 e quella fra τ_3 e τ_4 , e come tali possono descrivere graficamente le proprietà delle diverse distribuzioni di probabilità. In particolare il diagramma (τ_2, τ_3) viene utilizzato per scegliere fra modelli probabilistici a due parametri e quello (τ_3, τ_4) fra modelli a tre parametri (Stedinger et al., 1993: p. 18.27). In quest'ultimo diagramma le distribuzioni di probabilità possono essere rappresentate graficamente da un punto (per es.: distribuzione di Gumbel), da una linea (per es.: lognormale e GEV) oppure da porzioni di piano limitate da curve (per es.: TCEV e Wakeby). Lo stesso diagramma può ospitare le stime relative ad uno o più serie di dati, e può pertanto essere utilizzato al fine di individuare quale distribuzione, o quale gruppo di distribuzioni di probabilità, fornisce una soddisfacente approssimazione per l'insieme di campioni a disposizione.

Le relazioni teoriche fra τ_3 e τ_4 , valide per le diverse distribuzioni di probabilità, sono state sviluppate da Hosking (1991); una sintesi di tale lavoro è riportata da Stedinger et al. (1993).

3.2 Distribuzione di Gumbel

La funzione di distribuzione del valore estremo di primo tipo EVI (o di Gumbel) è di tipo doppio esponenziale

$$P(x) = \exp\left\{-\exp[-\alpha(x-\beta)]\right\} \quad -\infty < x < +\infty \quad (3.2)$$

dove con α e β si sono indicati i parametri della distribuzione. Introdotta la variabile ridotta

$$y = \alpha(x-\beta) \quad (3.3)$$

la (2.7) diventa facilmente invertibile

$$y = -\ln(-\ln(-P)) \quad (3.4)$$

Il quantile relativo al tempo di ritorno T si ottiene da

$$y = -\ln\left[\ln\frac{T}{(T-1)}\right] \quad (3.5)$$

ovvero

$$x_T = \beta - \frac{1}{\alpha} \ln\left[\ln\frac{T}{(T-1)}\right] \quad (3.6)$$

3.2.1 Stima dei parametri tramite il metodo dei momenti convenzionali

Poiché la media e la deviazione standard della variabile ridotta sono date rispettivamente dal numero di Eulero ε ($=0.5772157$.) e da $\pi/(\sqrt{6})$, media μ_x e deviazione standard σ_x della variabile aleatoria X dipendono dai parametri α e β tramite le seguenti relazioni

$$\begin{aligned}\mu_x &= \frac{\varepsilon}{\alpha} + \beta \\ \sigma_x &= \frac{\pi}{\alpha\sqrt{6}}\end{aligned}\tag{3.7}$$

I parametri α e β possono quindi essere stimati sulla base delle seguenti relazioni

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{1.2825}{\sigma_x} \\ \beta &= \mu_x - \frac{0.5772}{\alpha}\end{aligned}\tag{3.8}$$

Per la distribuzione di Gumbel i coefficienti di asimmetria e di appiattimento (kurtosi) sono costanti e rispettivamente pari a 1.1396 e 5.4.

3.2.2 Stima dei parametri tramite il metodo dei momenti lineari

I parametri della distribuzione di Gumbel possono essere stimati utilizzando i momenti lineari tramite il metodo dei momenti convenzionali. In questo caso, le equazioni per la stima dei parametri α e β sono le seguenti

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{0.693}{\lambda_2} \\ \beta &= \mu_x - \frac{0.5772}{\alpha}\end{aligned}\tag{3.9}$$

3.2.3 Stima dei parametri tramite il metodo della massima verosimiglianza

I parametri della distribuzione di Gumbel possono essere stimati utilizzando il metodo della massima verosimiglianza. La procedura di calcolo per la stima dei parametri α e β in questo caso è la seguente. Viene inizialmente determinato il valore del parametro α risolvendo (in modo numerico per successive approssimazioni, vedi Kite, 1988, p. 98) la seguente equazione

$$F(\alpha) = \sum_{i=1}^N x_i \exp(-\alpha x_i) - (\mu_x - \frac{1}{\alpha}) \sum_{i=1}^N \exp(-\alpha x_i) = 0\tag{3.10}$$

mentre il valore del parametro β viene determinato risolvendo la seguente equazione

$$\beta = \frac{1}{\alpha} \ln \left[\frac{N}{\sum_{i=1}^N \exp(-\alpha x_i)} \right]\tag{3.11}$$

Le stime dei parametri tramite il metodo dei momenti lineari sono generalmente equivalenti o migliori rispetto a quelle ottenute tramite il metodo dei momenti convenzionali quando le osservazioni disponibili sono effettivamente estratte da una distribuzione estrema del primo tipo. In

quest'ultimo caso, comunque, il metodo della massima verosimiglianza rappresenta il metodo migliore. Il metodo dei momenti lineari è comunque considerato migliore rispetto sia al metodo dei momenti convenzionali che a quello della massima verosimiglianza quando le osservazioni sono estratte da distribuzione non-Gumbel ma compatibili con le caratteristiche statistiche generalmente osservate per i massimi di precipitazione e di portata (Stedinger et al., 1993).

4. Linee segnalatrici scala-invarianti

Recenti indagini relative al processo di precipitazione hanno ipotizzato la validità della seguente eguaglianza in probabilità

$$Z_{\lambda d}(t) = \lambda^n Z_d(t) \quad (4.1)$$

dove $Z(t)$ rappresenta il processo integrale

$$Z_d(t) = \int_{t-d/2}^{t+d/2} X(\zeta) d\zeta \quad (4.2)$$

$X(t)$ rappresenta l'intensità di pioggia all'istante t , il simbolo $\overset{d}{=}$ indica l'eguaglianza in distribuzione di probabilità, λ indica un fattore di scala ed n un esponente caratteristico del sito esaminato. Questa relazione, detta di invarianza di scala del processo, indica che la distribuzione di probabilità del processo integrato è invariante rispetto alla scala utilizzata per integrare il processo $X(t)$. La (3.2), applicata all'analisi delle piogge intense, può essere espressa, in altra forma, come

$$\frac{h_T(\lambda d)}{h_T(d)} = \lambda^n \quad (4.3)$$

La relazione indica che il rapporto fra due quantili T -ennali di precipitazione, relativi a due diverse durate, è pari alla potenza n -esima del fattore di scala. Questa relazione, meno restrittiva della (4.1) implica l'invarianza di scala per il momento, calcolato rispetto all'origine, d'ordine qualsiasi delle variabili, ossia

$$E[H_{\lambda d}^l] = \lambda^{l \cdot n} E[H_d^l] \quad (4.4)$$

dove l rappresenta l'ordine del momento ed H_d rappresenta il processo dei massimi annuali di durata d . Pertanto, quando sia verificata la (4.4), media e varianza dei massimi annuali per piogge di diversa durata vengono a riscalarsi rispettivamente secondo i fattori λ^n e λ^{2n} .

Conseguenza importante di questa proprietà è l'invarianza del coefficiente di variazione V rispetto alla durata; infatti, se consideriamo un intervallo di durate entro il quale la precipitazione è scala invariante nel tempo, si ha

$$V[H_d] = \sqrt{\frac{\text{var}[H_d]}{E^2[H_d]}} = \sqrt{\frac{d^{2n} \text{var}[H_d]}{d^{2n} E^2[H_d]}} = \sqrt{\frac{\text{var}[H_1]}{E^2[H_1]}} = V[H_1] = \text{cost} \quad (4.5)$$

Più in generale, si può verificare che, in quest'ipotesi, anche il coefficiente di asimmetria e quello di appiattimento sono indipendenti dalla durata.

La relazione (4.4) può essere riscritta nel modo seguente

$$h_T(d) = h_T(1) \left(\frac{d}{1}\right)^n = h_T(1) d^n \quad (4.6)$$

dove $h_T(1)$ indica il quantile T -ennale dell'altezza di pioggia per la durata di riferimento (per esempio oraria). La relazione (4.6) può dunque rappresentare la linea segnalatrice corrispondente al tempo di ritorno T , espressa come legge di potenza il cui esponente risulta invariante con la durata.

Il quantile T -ennale dell'altezza di pioggia generica si può scrivere utilizzando il fattore di frequenza introdotto da Chow (1951) (vedi anche Chow et al., 1988, p. 389) nel modo seguente

$$h_T(d) = E[H_d] + K_T \sqrt{\text{var}[H_d]} \quad (4.7)$$

dove K_T indica il fattore di frequenza. E' pertanto possibile ottenere una famiglia di linee segnalatrici scala-invarianti nel modo seguente

$$h_T(d) = a_1(1+VK_T)d^n \quad (4.8)$$

dove:

$a_1=E[H(1)]$ rappresenta il coefficiente di scala della linea segnalatrice, valore atteso dell'altezza di pioggia massima annuale per la durata di riferimento (si noti che il valore della variabile a_1 può ottenersi in termini generali come rapporto fra il valore atteso dell'altezza di pioggia massima annuale di durata T^* e la durata stessa elevata a potenza n -esima);

$(1+VK_T)$ rappresenta il fattore di crescita in frequenza, in quanto esso dipende da tempo di ritorno T e dalla distribuzione di probabilità scelta per rappresentare il processo dei massimi annuali;

n rappresenta l'esponente di scala con cui la variabilità del fenomeno si trasmette dalla scala temporale di riferimento alle altre scale temporali.

4.1 Formulazione scala-invariante con la distribuzione di Gumbel

La formulazione scala-invariante con il modello di Gumbel si scrive nel modo seguente:

$$h_T(d) = a_1 \left\{ 1 - \frac{V\sqrt{6}}{\pi} [\varepsilon + y_T] \right\} d^n \quad (4.9)$$

dove

$$y_T = \ln \left[\ln \left(\frac{T}{T-1} \right) \right]$$

dove i parametri n , V ed a_1 sono definiti come alle precedenti sezioni.

I valori dei parametri n , V ed a_1 vengono stimati come segue sulla base dei dati delle altezze di pioggia massime annuali di durata compresa nell'intervallo in cui viene verificata l'ipotesi di invarianza di scala.

I valori dei parametri n ed a_1 vengono stimati tramite regressione dei logaritmi delle medie campionarie delle altezze di pioggia massime annuali relative alle diverse durate rispetto ai logaritmi delle corrispondenti durate. Il valore del coefficiente di variazione globale V viene calcolato come media dei quadrati dei coefficienti di variazione calcolati per i massimi annuali relativi alle durate comprese nell'intervallo in cui viene verificata l'ipotesi di invarianza di stima.

Il modello scala invariante ottenuto sulla base della distribuzione di Gumbel è stato utilizzato in questo lavoro per l'analisi delle piogge di durata compresa fra 1 e 24 ore. Per gli scrosci è stata qui utilizzata la metodologia descritta alla sezione 4.3.

L'applicazione della procedura di stima della LSPP alla stazione di Trento è descritta nella Figure 1, 2 e 3;

- in Figura 1 viene riportato l'andamento dei momenti (di ordine compreso fra 1 e 5) delle altezze di pioggia massima annuale con la durata della pioggia stessa. La figura indica la buona rappresentatività dell'ipotesi di simple scaling per questa stazione;
- in Figura 2 viene riportato l'andamento dell'esponente di scala con l'ordine dei momenti, che evidenzia la linearità della relazione;

- in Figura 3 viene riportata la distribuzione cumulata di frequenza (empirica e teorica) per le durate di 1, 6 e 12 ore.

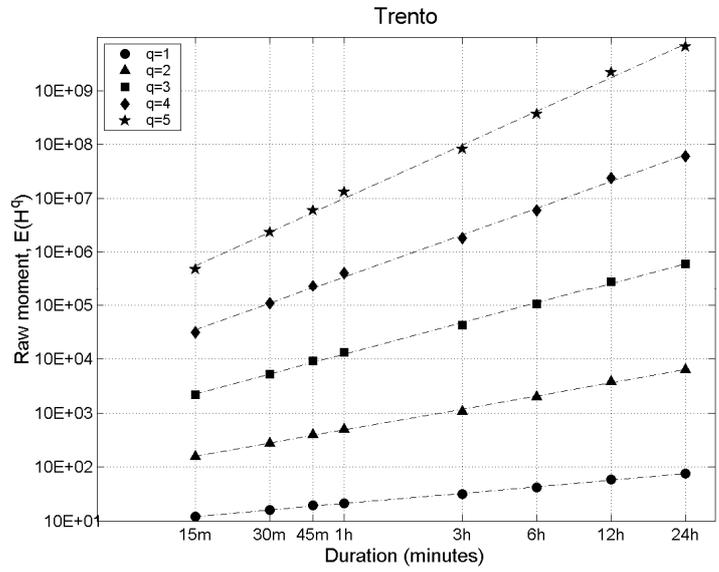


Figura 1: Relazione di scala fra momenti e durata della precipitazione per la stazione di Trento.

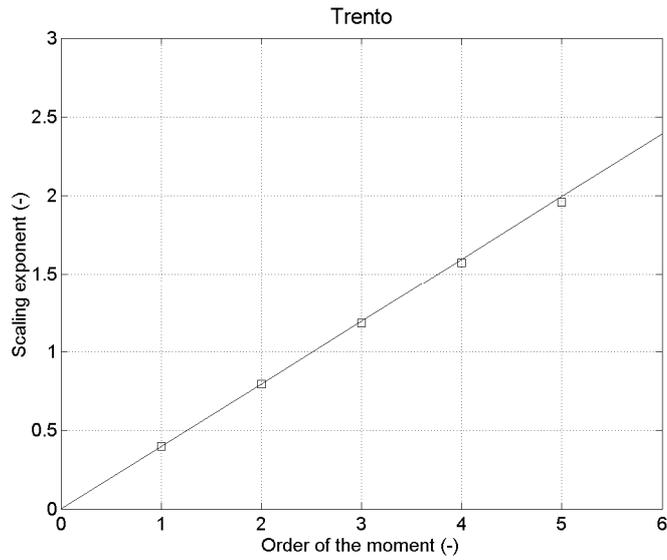


Figura 2: Esponenti di scala per la stazione di Trento

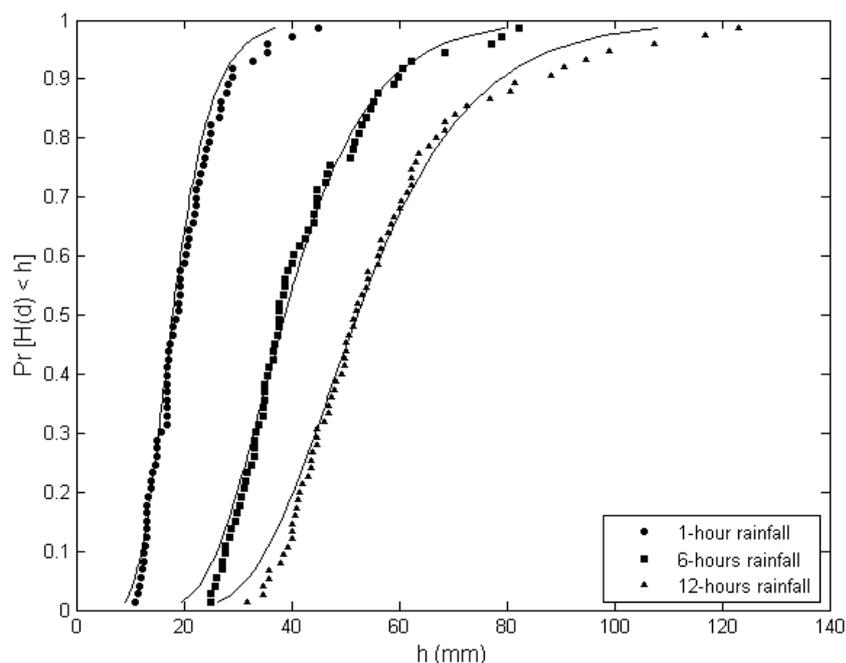


Figura 3: Distribuzione di frequenza cumulata (empirica e teorica – sulla base del modello di Gumbel scala invariante) per la stazione di Trento

4.2 Test di adattamento

La distribuzione di Gumbel nella versione scala invariante è stata applicata a tutte le stazioni (in numero di 62) dotate di almeno 15 anni di dati, per le durate comprese fra 1 e 24 ore. Per verificare se il campione di dati disponibili differisce in maniera statisticamente significativa rispetto alle stime conseguite tramite l'applicazione di tale modello probabilistico sono stati utilizzati due test di adattamento: Kolmogorov-Smirnov e Filliben (Stedinger et al., 1993).

In entrambi i casi, solo nel caso di 47 campioni (su tutti quelli relativi alle diverse durate per le 62 stazioni considerate) l'ipotesi che il campione può essere ottenuto da una distribuzione di Gumbel è stata rigettata (a livello di significatività 0.05).

4.3 Formulazione adottata per l'analisi e stima degli scrosci (15 min – 45 min)

La formulazione adottata in questo lavoro per l'analisi degli scrosci ricalca quella già vista, alla sezione 4.1, per le precipitazioni di durata da una a ventiquattro ore. In questo caso, tuttavia, è stato assunto, sulla base delle evidenze sperimentali riportate di seguito, che l'esponente di scala per gli scrosci possa ritenersi costante sull'intero territorio trentino. Come si può evincere dagli sviluppi riportati alla sezione 4.1, questa assunzione è basata sulla possibilità di individuare una relazione, valida a scala regionale e sufficientemente esplicativa, fra la media delle precipitazioni massime annuali di durata oraria e quelle di durata inferiore all'ora. Nelle figure 4a,b, 5a,b, 6a,b e 7 vengono riportate tali relazioni lineari, ricavate dall'analisi dei dati di 52 stazioni dotate di almeno 15 anni di dati per ciascuna durata.

Dall'analisi delle figure si evince che il solo dato di pioggia media oraria consente di spiegare una quota significativa della varianza complessiva delle medie di durata diverse, per durate

comprese fra 15 e 45 minuti. Tale quota va da 87 % per durate di 15 minuti a 93% per durate di 30 minuti. Per durate superiori all'ora la rappresentatività della pioggia oraria decresce rapidamente.

Sulla base di tali osservazioni, è stato quindi ritenuto di rappresentare l'andamento delle piogge di durata inferiore all'ora tramite una LSPP a parametro di scala uniforme sul territorio provinciale, pari a 0.366.

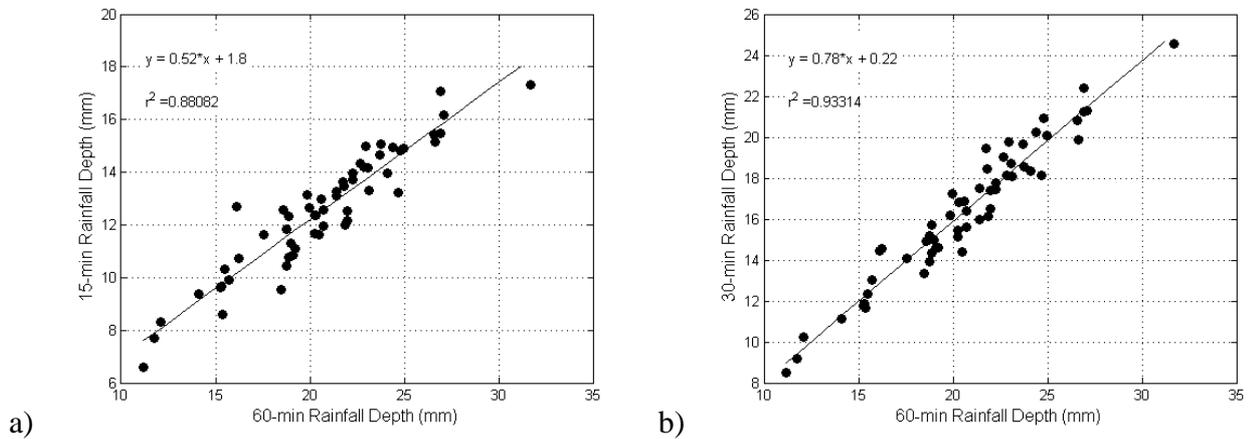


Figura 4a,b: Relazione fra i valori medi dei massimi annuali di durata pari a 60 minuti e quelli di durata pari a: a) 15 minuti; b) 30 minuti.

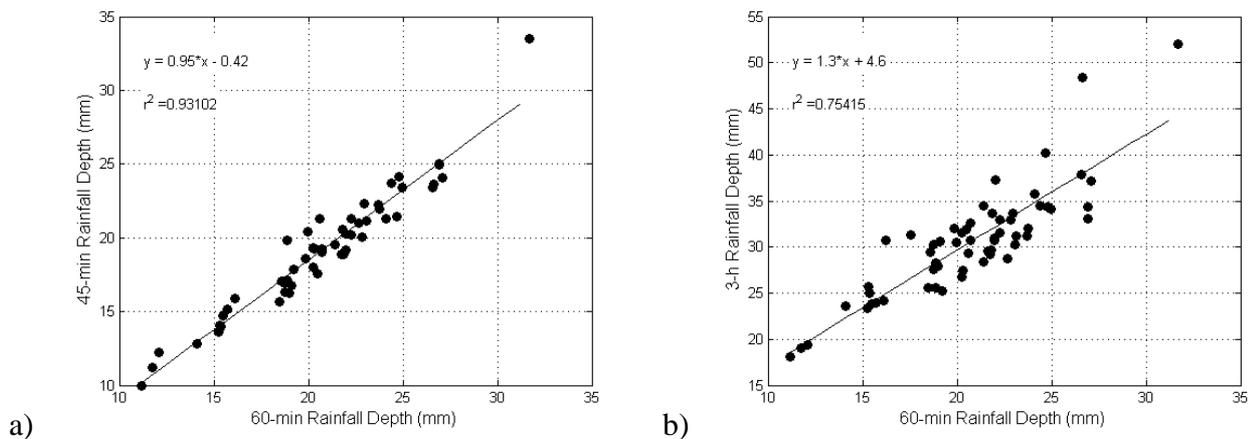
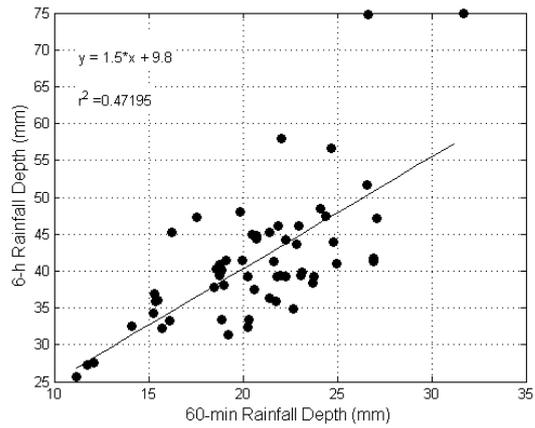
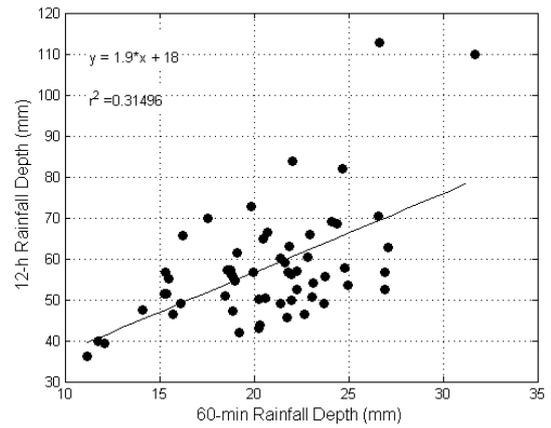


Figura 5a,b: Relazione fra i valori medi dei massimi annuali di durata pari a 60 minuti e quelli di durata pari a: a) 45 minuti; b) 3 ore.



a)



b)

Figura 6a,b: Relazione fra i valori medi dei massimi annuali di durata pari a 60 minuti e quelli di durata pari a: a) 6 ore; b) 12 ore.

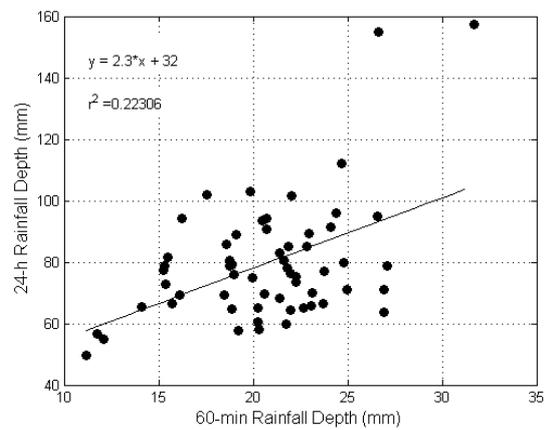


Figura 7: Relazione fra i valori medi dei massimi annuali di durata pari a 60 minuti e quelli di durata pari a 24 ore.

5. Valutazione delle linee segnalatrici di probabilità pluviometrica in siti privi di osservazioni pluviometriche e per generici bacini idrografici

La valutazione delle linee segnalatrici in siti privi di osservazioni pluviometriche richiede l'estrapolazione spaziale dei risultati ottenuti tramite le elaborazioni statistiche dei dati di pioggia massima annuale per le diverse durate di interesse, relativi alle registrazioni di ogni stazione pluviografica della rete di rilevamento dotata di dati sufficienti. L'adozione del modello scala-invariante consente di risolvere, allorché la proprietà di invarianza di scala sia verificata, il problema di stima delle linee segnalatrici in punti privi di osservazioni pluviometriche mediante estrapolazione di un numero limitato di parametri, legati alle statistiche delle precipitazioni osservate nei punti di misura. La metodologia di stima risulta quindi statisticamente più robusta, per questo scopo, rispetto a quella che basata sul metodo dei quantili regolarizzati.

Utilizzando la distribuzione di Gumbel, per ogni punto \mathbf{t} dell'area esaminata vengono stimati i valori dei parametri $a_I(\mathbf{t})$, $n(\mathbf{t})$ e $V(\mathbf{t})$ a partire dai valori di $a_I(\mathbf{t}_i)$, $n(\mathbf{t}_i)$ e $V(\mathbf{t}_i)$ valutati separatamente in ognuna delle n stazioni localizzate nei punti di coordinate \mathbf{t}_i , $i=1, \dots, n$. A tale scopo sono state utilizzate tecniche di analisi geostatistica dei dati spazialmente distribuiti, descritte nelle sezioni seguenti.

5.1 Estrapolazione geostatistica dei parametri del modello scala-invariante

Le tecniche geostatistiche si fondano sull'esame della struttura di autocorrelazione spaziale di ciascuna delle variabili (in questo caso i parametri delle LSPP), sull'interpretazione di tale struttura mediante un variogramma teorico che riproduca il variogramma stimato a partire dalle osservazioni e, infine, sull'impiego di uno stimatore lineare ottimo per l'interpolazione secondo una prefissata risoluzione spaziale. Nel seguito è descritta la tecnica geostatistica nota come *kriging*, utilizzata nel presente studio per ottenere le mappe dei tre parametri delle linee segnalatrici scala invarianti.

5.1.1 Richiami sul *kriging*

Col termine *kriging* si indica una tecnica di interpolazione di natura stocastica, la cui formulazione teorica generale risale a Matheron (1965). Recentemente numerosi autori hanno fatto uso del *kriging* per la costruzione di cartografie di varie grandezze fisiche (ad esempio trasmissività idraulica, valori piezometrici, pluviometrici, batimetrici, elevazione topografica, subsidenza) a partire da dati sparsi ed irregolarmente distribuiti sul territorio (Gambolati e Volpi, 1979a; Chua e Bras, 1982; Bacchi e Borga, 1993; Borga e Vizzaccaro, 1997) e per l'ottimizzazione di reti di rilevamento (Bacchi e Rosso, 1991).

Sebbene non si possa dimostrare la superiorità teorica del *kriging* su altre tecniche di interpolazione spaziale (Gambolati e Volpi, 1979b) e l'impiego arbitrario di alcuni parametri possa condurre a risultati paradossali, resta il fatto che questo metodo elabora in modo sufficientemente obiettivo l'informazione disponibile e fornisce una valutazione sull'attendibilità del valore ricostruito.

5.1.1.1 Le ipotesi statistiche

Sia al solito $z(\mathbf{t})$ la grandezza fisica, osservata e quindi nota sugli n punti \mathbf{t}_i , $i=1, \dots, n$, che si vuole ricostruire sull'intero dominio di esistenza Ω . Si assume che $z(\mathbf{t})$ sia una particolare realizzazione di una funzione stocastica $Z(\mathbf{t})$. Riguardo al comportamento di $Z(\mathbf{t})$ si fanno le ipotesi teoriche seguenti.

Stazionarietà: si assume cioè che tutte le proprietà statistiche di $Z(\mathbf{t})$ (media, varianza, covarianza, ecc.) siano stazionarie con \mathbf{t} , vale a dire siano invarianti per traslazione. Ci si accontenta della stazionarietà debole, cioè che siano stazionari i primi due momenti della funzione. Si assume quindi che il valore atteso, definito dalla equazione seguente (5.1), sia indipendente da \mathbf{t}

$$E[Z(\mathbf{t})] = m \quad (5.1)$$

e la covarianza sia funzione solo del modulo h del vettore \mathbf{h} e non del punto \mathbf{t}

$$E[(Z(\mathbf{t}) - m) \cdot (Z(\mathbf{t} + \mathbf{h}) - m)] = C(h) \quad (5.2)$$

Per h pari a zero l'equazione precedente fornisce l'espressione della varianza di $Z(\mathbf{t})$, denotata con σ_Z^2 , la cui esistenza è garantita dalla stazionarietà della variabile.

Ergodicità: questa proprietà richiede che l'unica realizzazione disponibile $z(\mathbf{t})$ manifesti nel dominio Ω la stessa funzione di distribuzione di probabilità dell'insieme delle realizzazioni possibili. In altre parole la legge di probabilità della funzione stocastica $Z(\mathbf{t})$ si può determinare dall'osservazione di $z(\mathbf{t})$.

Ipotesi intrinseca: è meno restrittiva dell'ipotesi di stazionarietà in quanto richiede la stazionarietà debole del solo incremento primo $Z(\mathbf{t} + \mathbf{h}) - Z(\mathbf{t})$, vale a dire che il valor medio e la varianza dell'incremento primo siano finiti e dipendenti dalla sola h . In particolare, per l'ipotesi di stazionarietà, il valore atteso dell'incremento risulterà nullo.

La varianza dell'incremento definisce una nuova funzione $\Gamma(h)$, detta "variogramma":

$$\Gamma(h) = \frac{1}{2} \text{Var}[Z(\mathbf{t} + \mathbf{h}) - Z(\mathbf{t})] \quad (5.3)$$

Il variogramma corrisponde alla metà dell'incremento quadratico medio di $Z(\mathbf{t})$ per due punti presi a distanza h l'uno dall'altro.

L'ipotesi intrinseca implica un valore costante della media m , come l'ipotesi di stazionarietà, però non richiede che la varianza di $Z(\mathbf{t})$ sia finita. Ovviamente l'esistenza della funzione di covarianza comporta l'esistenza del variogramma, ma non viceversa.

Quando è valida l'ipotesi (5.2), si può dimostrare che vale la seguente relazione tra la covarianza $C(h)$ ed il variogramma $\Gamma(h)$

$$\Gamma(h) = C(0) - C(h) = \sigma_Z^2 - C(h) \quad (5.4)$$

La covarianza $C(h)$ ha un andamento che decresce più o meno rapidamente con h . Dall'andamento di $C(h)$, si può quindi ricavare il variogramma. Nel caso di un processo stazionario, σ_Z^2 è finita e quindi $\Gamma(h)$ è limitato asintoticamente proprio da questo valore. Il valore di h oltre il quale $\Gamma(h)$ può essere considerato praticamente uguale a σ_Z^2 è detto *range* e σ_Z^2 è chiamata *sill*.

Nel caso in cui la varianza σ_Z^2 non è finita, il variogramma non raggiunge mai l'asintoto. E' questo il caso in cui vale l'ipotesi intrinseca, ma non quella della stazionarietà debole. Un variogramma senza *sill* di largo impiego nelle applicazioni è il variogramma lineare.

5.1.1.2 Il variogramma

Il variogramma, calcolato sulla base dei dati sperimentali, sintetizza la struttura spaziale della variabile stocastica. Non tutte le funzioni possono essere assunte come variogramma, ma devono soddisfare a taluni requisiti (Matheron, 1971). Inoltre, nel caso in esame, si considerano solamente

variogrammi di tipo isotropo, ovvero con andamento omogeneo al variare dell'orientamento del vettore \mathbf{h} .

I variogrammi isotropi di uso più comune sono i seguenti:

variogramma polinomiale

$$\Gamma(h) = \omega h^\alpha \quad (5.5)$$

variogramma esponenziale

$$\Gamma(h) = \omega [1 - \exp(-\alpha h)] \quad (5.6)$$

variogramma gaussiano

$$\Gamma(h) = \omega [1 - \exp(-\alpha h^2)] \quad (5.7)$$

variogramma sferico

$$\Gamma(h) = \frac{1}{2} \omega \left[\frac{3h}{\alpha} - \left(\frac{h}{\alpha} \right)^2 \right] \quad h \leq \alpha \quad (5.8)$$

$$\Gamma(h) = \omega \quad h > \alpha$$

dove ω ed α sono parametri delle funzioni.

Per stimare il variogramma si utilizzano i valori osservati z_i , $i=1, \dots, n$, assumendo che gli incrementi siano ergodici (cioè che le medie nello spazio siano le stesse delle medie della funzione stocastica). Si definisce un certo numero di classi di distanze tra i punti di misura. Quindi, prendendo tutte le possibili coppie di punti i e j si calcola per ciascuna classe:

a. il numero p di coppie che cadono in quella classe

b. la distanza media della classe

c. la metà dell'incremento quadratico medio $\frac{1}{2} \sum (z_i - z_j)^2 / p$

Generalmente le coppie non sono distribuite in maniera uniforme tra le classi e le coppie disponibili sono assai più numerose per le distanze brevi che per quelle più elevate. Ciò implica che il variogramma sperimentale perderà via via di significato al crescere di h . Si dovrà eseguire un adattamento ottimale tra il variogramma sperimentale ed uno o alcuni variogrammi teorici tra quelli prima definiti.

Si tenga presente che un variogramma non limitato asintoticamente (ad esempio quello lineare) denota una varianza infinita per la funzione stocastica $Z(\mathbf{t})$ e quindi in tale situazione la covarianza non esiste e solo l'ipotesi intrinseca è accettabile. Se invece il variogramma ammette un estremo superiore (*sill*) allora il fenomeno ha covarianza.

Qualsiasi variogramma porge $\Gamma(0)=0$. Talora però il variogramma sperimentale esibisce un salto nell'origine. Questa discontinuità apparente è chiamata "*nugget effect*" (effetto pepita). Nel caso di grandezze continue il *nugget effect* riscontrato nei dati sperimentali può essere dovuto ad errori di misura o ad un fenomeno di microregionalizzazione non evidenziato alla scala con cui è stata realizzata la rete di rilevamento. Se è presente il *nugget effect* il variogramma assume l'espressione:

$$\Gamma(h) = \delta + \Gamma_0(h) \quad (5.9)$$

dove δ misura la discontinuità all'origine e $\Gamma_0(h)$ è il variogramma che meglio approssima quello ricavato dai dati ed espresso nel sistema di riferimento che vede l'origine traslata di δ .

5.1.1.3 La soluzione al problema di interpolazione

In questo paragrafo si richiama l'applicazione del *kriging* nel caso in cui il fenomeno soddisfi alla "ipotesi intrinseca".

Si vuole cercare una stima lineare z^* di z nel punto \mathbf{t}_0 , facendo uso dei valori osservati di z in $\mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2, \dots, \mathbf{t}_n$, con la seguente media pesata:

$$z^*(\mathbf{t}_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i z(\mathbf{t}_i) \quad (5.10)$$

Si noti che la (5.10) è una realizzazione della variabile stocastica:

$$Z^*(\mathbf{t}_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(\mathbf{t}_i) \quad (5.11)$$

I pesi λ_i ($i=1, \dots, n$) sono determinati imponendo che l'errore stocastico:

$$\varepsilon(\mathbf{t}_0) = Z(\mathbf{t}_0) - Z^*(\mathbf{t}_0) = Z(\mathbf{t}_0) - \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(\mathbf{t}_i) \quad (5.12)$$

abbia media nulla e varianza minima, ovvero:

$$E[\varepsilon(\mathbf{t}_0)] = 0 \quad (5.13)$$

$$Var[\varepsilon(\mathbf{t}_0)] = \min \quad (5.14)$$

La condizione (5.13) assicura che l'interpolatore stocastico $z^*(\mathbf{t}_0)$ non è affetto da errori sistematici. La condizione (5.14) qualifica la stima come stima ottimale.

Sostituendo nella (5.13) l'eq. (5.12) si ottiene:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \quad (5.15)$$

La relazione (5.15) tra i pesi è comune a molti altri interpolatori (per esempio anche per i poligoni di Thiessen). La minimizzazione della (5.14) col vincolo (5.15) conduce al seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n \lambda_j \Gamma(\mathbf{t}_i - \mathbf{t}_j) + \mu = \Gamma(\mathbf{t}_i - \mathbf{t}_j) & i = 1, \dots, n \\ \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \end{cases} \quad (5.16)$$

dove μ è il moltiplicatore di Lagrange. Occorre pertanto risolvere il sistema di *kriging* con $n+1$ incognite:

$$\begin{bmatrix} 0 & \Gamma_{12} & \Gamma_{13} & \dots & \Gamma_{1n} & 1 \\ \Gamma_{21} & 0 & \Gamma_{23} & \dots & \Gamma_{2n} & 1 \\ \Gamma_{31} & \Gamma_{32} & 0 & \dots & \Gamma_{3n} & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Gamma_{n1} & \Gamma_{n2} & \Gamma_{n3} & \dots & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \dots \\ \lambda_n \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Gamma_{10} \\ \Gamma_{20} \\ \Gamma_{30} \\ \dots \\ \Gamma_{n0} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

dove si è posto $\Gamma_{ij} = \Gamma(\mathbf{t}_i - \mathbf{t}_j)$.

Il sistema di *kriging* è regolare se $-\Gamma$ è una funzione definita positiva (a questo requisito soddisfano i variogrammi precedentemente descritti). Si noti che la matrice dei coefficienti del sistema (4.17) non dipende da \mathbf{t}_0 e perciò può essere invertita (o fattorizzata) una volta sola anche se cambia il punto \mathbf{t}_0 sul quale si desidera calcolare la stima.

Trovati i coefficienti $\lambda_i, i=1, \dots, n$, la varianza di stima (4.16) può esprimersi come:

$$\text{Var}[Z^*(\mathbf{t}_0) - Z(\mathbf{t}_0)] = \sum_{i=1}^n \lambda_i \Gamma(\mathbf{t}_i - \mathbf{t}_0) + \mu \quad (5.18)$$

Esiste un'importante differenza tra la varianza di stima (5.18) e la varianza di dispersione σ_Z^2 . Quest'ultima è rappresentativa dell'intervallo di variabilità della funzione stocastica Z entro il dominio di interpolazione mentre la (5.18) è rappresentativa dell'incertezza residua nella stima di $z(\mathbf{t}_0)$ quando siano disponibili n osservazioni. La varianza di dispersione è costante mentre la varianza di stima cambia da punto a punto ed è nulla sui punti di misura.

Tra le caratteristiche del *kriging* vanno ricordate le più importanti:

- Il *kriging* è un interpolatore del tipo *Best Linear Unbiased Estimate* (BLUE)
- Il *kriging* è un interpolatore esatto in assenza di errori di misura. Infatti se si fa coincidere $\mathbf{t}_0 = \mathbf{t}_i$ si ricava, dal sistema (5.16), $\lambda_i = 1$ e $\lambda_j = 0, j=1, \dots, n; j \neq i$.

Se si assume che la distribuzione dell'errore $z^*(\mathbf{t}_0) - z(\mathbf{t}_0)$ sia gaussiana, è possibile associare alla stima $z^*(\mathbf{t}_0)$ un intervallo di confidenza. Per esempio possiamo dire che l'intervallo di confidenza al 95% è pari a $\pm 2\sigma_0$, con

$$\sigma_0 = \left(\text{Var}[Z^*(\mathbf{t}_0) - Z(\mathbf{t}_0)] \right)^{1/2} \quad (5.19)$$

Allora la stima di $z(\mathbf{t}_0)$ con probabilità al 95% è pari a:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i Z(\mathbf{t}_i) \pm 2\sigma_0 \quad (5.20)$$

d. La soluzione del sistema di *kriging* non dipende dai valori osservati z_i ma solo dalle coordinate dei punti di osservazione e dal punto di stima.

5.2 Risultati ottenuti

Mediante l'utilizzazione della tecnica di *kriging* sopra descritta sono stati stimati, con riferimento ad una griglia di punti corrispondente a quella del modello digitale del terreno della Provincia Autonoma di Trento, i valori puntuali dei parametri sull'intera area di indagine con una risoluzione di 0.25 km^2 .

I valori puntuali relativi ai parametri aI , n e V sono stati stimati sulla base delle 62 stazioni dotate di almeno 15 anni di osservazioni per le durate orarie.

A partire dai valori puntuali di stima sono state quindi ottenute, tramite il programma automatico di mappatura Arcview[®], le isolinee dei parametri, riportate di seguito in Figura 8 (per i parametri a ed n) e 9 (parametro V).

5.3 Calcolo della Linea Segnalatrice di Probabilità Pluviometrica rappresentativa a scala di bacino idrografico

L'implementazione delle LSPP tramite un supporto informatico georeferenziato consente di eliminare gli errori materiali di consultazione del materiale cartografico necessario a rappresentare la variabilità spaziale delle LSPP, tramite l'interrogazione di mappe raster dei parametri costitutivi. Tale supporto è stato esteso alla valutazione delle LSPP rappresentative a scala di bacino.

La disponibilità delle stime spazialmente distribuite dei parametri costituenti delle linee segnalatrici puntuali sull'intero territorio provinciale consente il calcolo della LSPP rappresentativa valida per un assegnato bacino idrografico. Tale stima viene condotta, previa identificazione automatica del bacino idrografico sulla base della distribuzione delle quote altimetriche del territorio (DEM), tramite il calcolo delle medie areali dei tre parametri necessari per la costruzione delle LSPP puntuali. I parametri medi areali così ottenuti vengono utilizzati per determinare la LSPP rappresentativa di bacino.

E' opportuno specificare qui che tale LSPP, pur rappresentativa a scala di bacino, non può essere assimilata alla pioggia di progetto valida a scala di bacino. A tal fine, infatti, risulta necessario considerare il fattore di riduzione all'area. E' il prodotto di quest'ultimo per la pioggia puntuale rappresentativa di assegnata durata che consente il calcolo della pioggia di progetto valida a scala di bacino.

Il programma di calcolo allegato al presente rapporto consente l'individuazione automatica ed il calcolo della LSPP rappresentativa per bacini qualsiasi della Provincia Autonoma di Trento, a partire da superiori ad 1 km^2 . Tale procedura è inibita per i soli bacini idrografici determinabili a partire direttamente dall'asta del fiume Adige, la cui identificazione richiederebbe la disponibilità ed elaborazione dei dati territoriali della Provincia Autonoma di Bolzano.

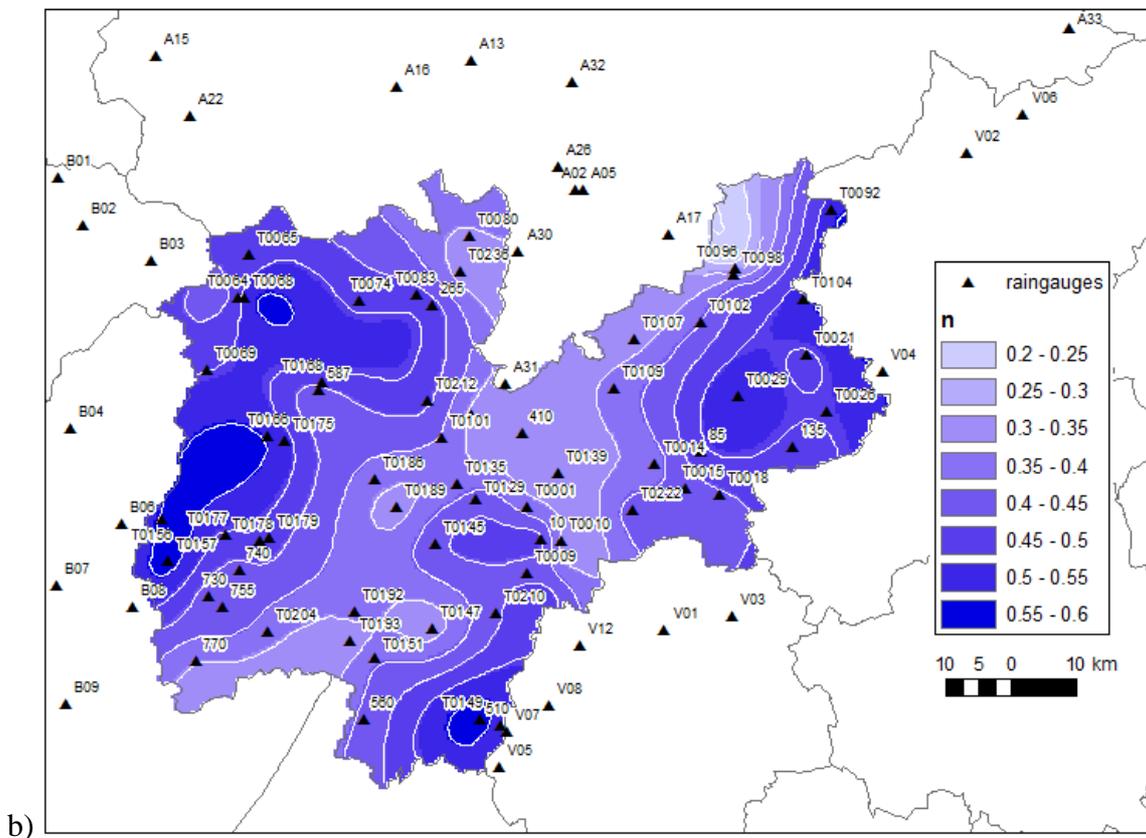
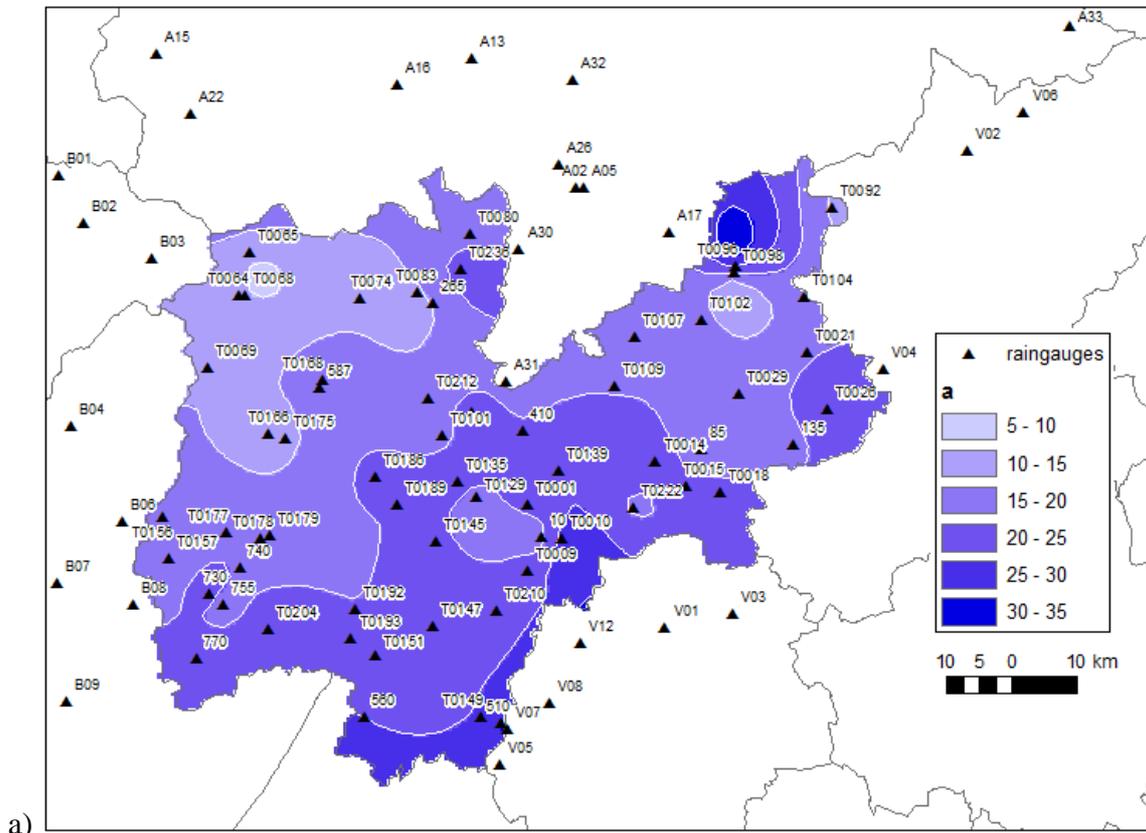


Figura 8: Variazione spaziale dei parametri a) a) e b) n

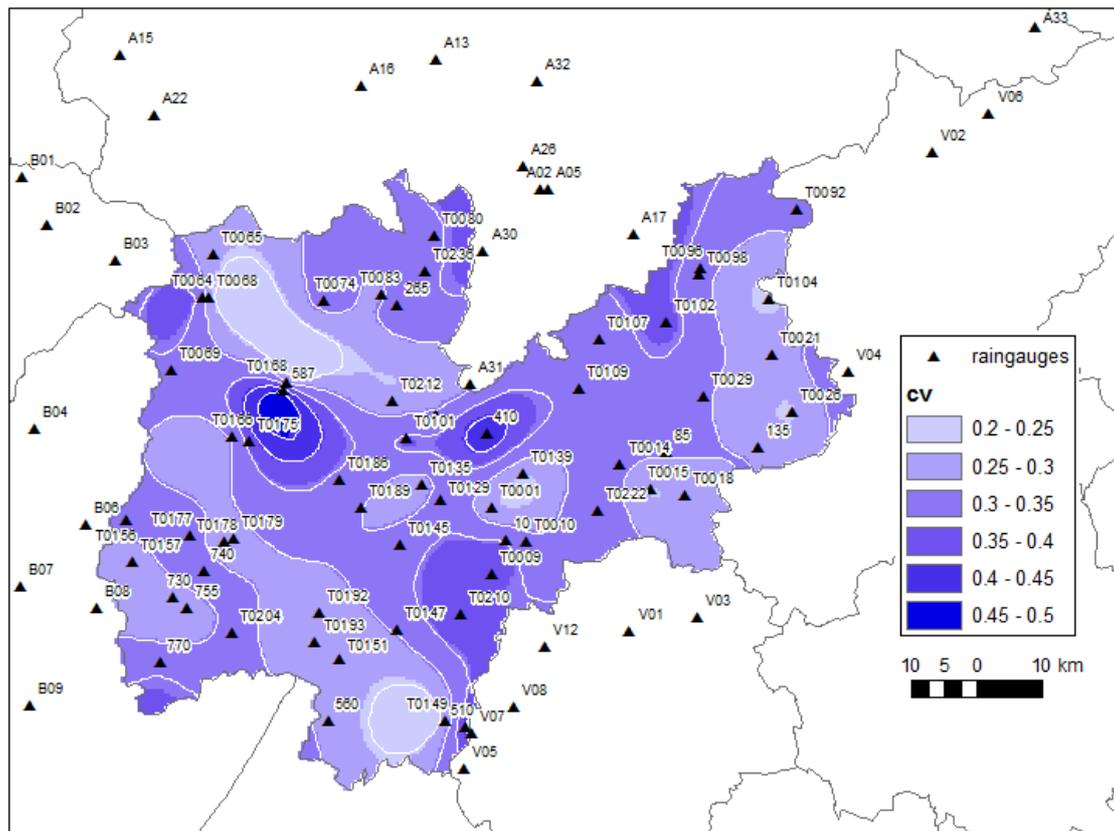


Figura 9: Variazione spaziale del parametro V.

5.4 Mappe dei quantili di pioggia a scala provinciale

L'applicazione a scala provinciale dell'Eq. 4.9 e delle mappe dei parametri a , n e cv consente di ottenere mappe dei quantili di precipitazione relative ad un tempo di ritorno desiderato e per varie durate comprese nell'intervallo 1h-24h. L'esito di questa operazione è riportato nelle Fig. 10-12, dove sono riportate le mappe dei quantili di precipitazione 100nnali per le durate di 1h, 6h e 24h.

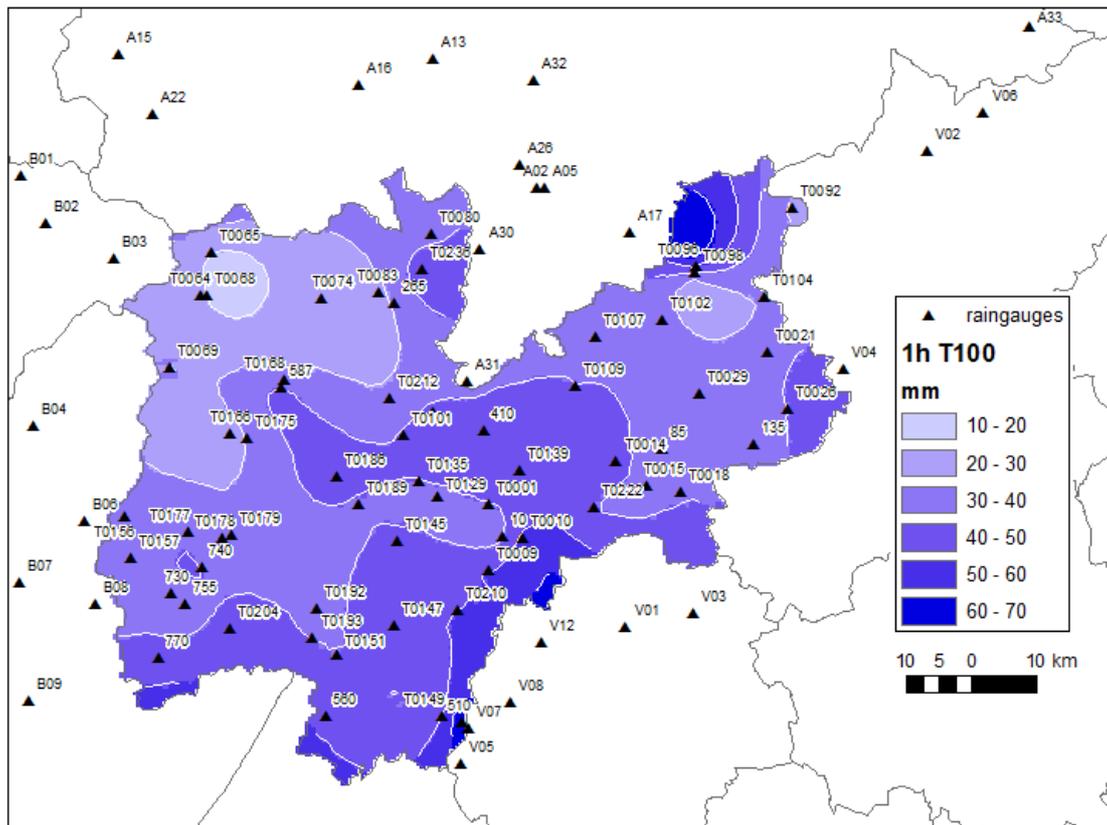


Figura 10: Quantili di precipitazione relativi ad un tempo di ritorno di 100 anni per la durata di 1 ora.

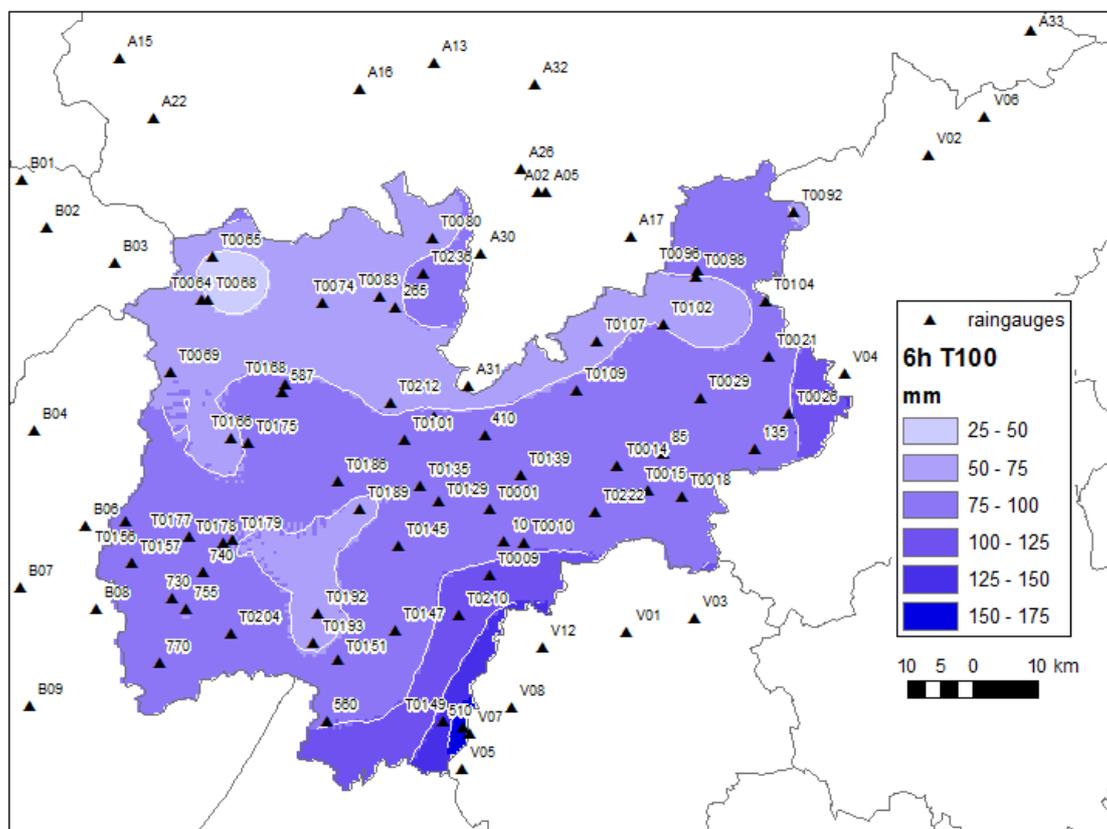


Figura 11: Quantili di precipitazione relativi ad un tempo di ritorno di 100 anni per la durata di 6 ore.

6. Valutazione del fattore di riduzione all'area

La variabilità spazio-temporale della precipitazione a scala di bacino è messa in conto tramite un coefficiente di riduzione all'area. Su questo argomento la ricerca, sia teorica che applicata, non ha ancora raggiunto un sufficiente grado di concordanza dei risultati (NERC, 1975; Bacchi e Ranzi, 1996; Sivapalan e Blöschl, 1998; Asquith e Famiglietti, 2000; De Michele et al., 2001). In questa sede, è parso utile, in attesa dei risultati di approfondimenti in corso su dati locali, fare riferimento alla funzione di riduzione dei nubifragi all'area ricavata recentemente da Moisello e Papiri (1986). Questi autori, analizzando le precipitazioni misurate a Milano dal 1977 al 1981, hanno mostrato come il fattore di riduzione, r , inteso come rapporto tra l'altezza di pioggia media, relativa ad una data area A , e l'altezza di pioggia puntuale rappresentativa del bacino (calcolata secondo la procedura sopra descritta), non dipenda sensibilmente dal tempo di ritorno. Il fattore di riduzione risulta, invece, sia funzione dell'area, A , che della durata della precipitazione, d , secondo la relazione empirica:

$$r(A, d) = 1 - \exp\left[-2.472A^{-0.242}d^{0.6 - \exp(-0.643A^{0.235})}\right] \quad 5 \leq A \leq 800 \text{ km}^2 \text{ e } 15' \leq d \leq 12h \quad (6.1)$$

dove l'area è espressa in km^2 e la durata in ore. L'indagine condotta in questo lavoro ha permesso di valutare, per alcuni bacini dotati della necessaria dotazione di dati pluviometrici continui, l'andamento del fattore di riduzione all'area nel territorio in esame. Alcuni risultati sono riportati nelle Figure 13-16, per una serie di bacini di area variabile da 149 km^2 a 613 km^2 . In generale, la conclusione che può trarsi dall'esame dei dati così riportati è che l'espressione di Moisello e Papiri (1986) tende a sottostimare i valori di ARF, a parità di area di supporto e di durata della precipitazione, per durate comprese fra 1 e 6 ore, mentre rappresenta abbastanza bene i risultati empirici per durate comprese fra 12 e 24 ore.

Nell'ambito dello studio qui descritto è stata comunque utilizzata la relazione di Moisello-Papiri, perchè questa si è dimostrata più adatta alla ricostruzione del legame fra le statistiche di pioggia e quelle di portata. Si suggerisce comunque di riprendere questa indagine al fine di verificarne l'utilizzabilità per l'intero territorio della Provincia di Trento.

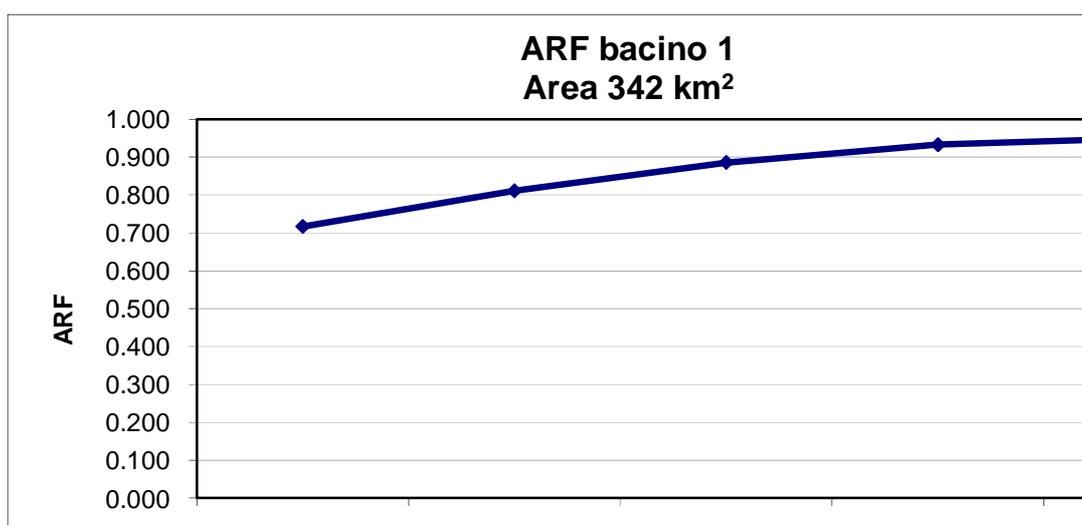


Figura 13: Valori sperimentali di ARF ottenuti per il bacino 1.

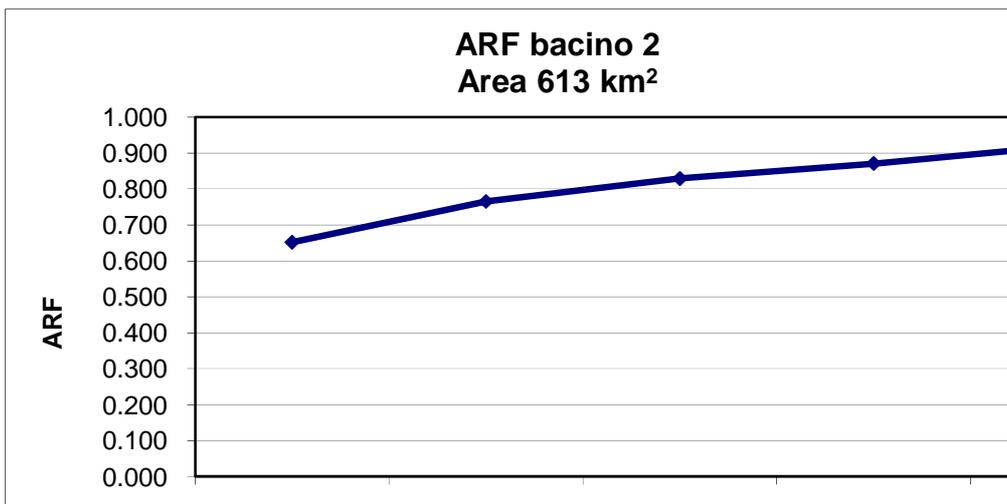


Figura 14: Valori sperimentali di ARF ottenuti per il bacino 2

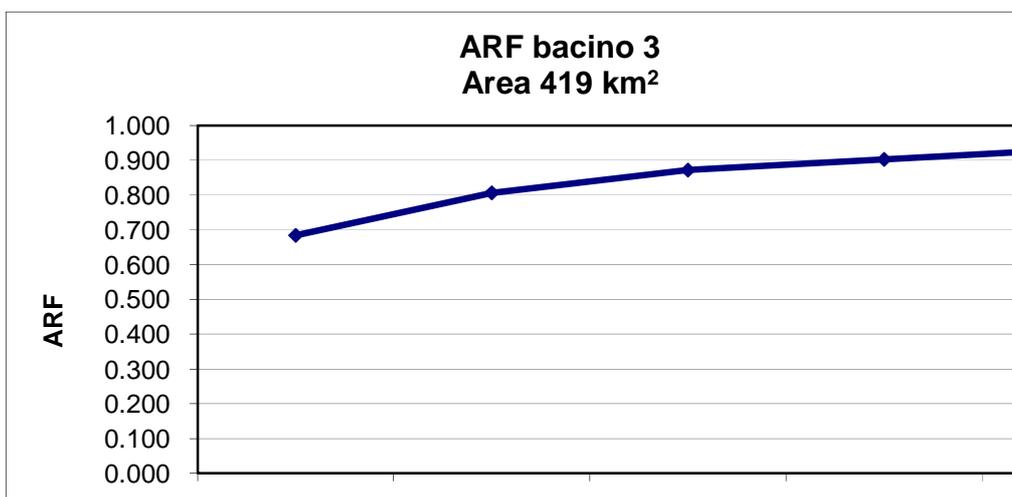


Figura 15: Valori sperimentali di ARF ottenuti per il bacino 3

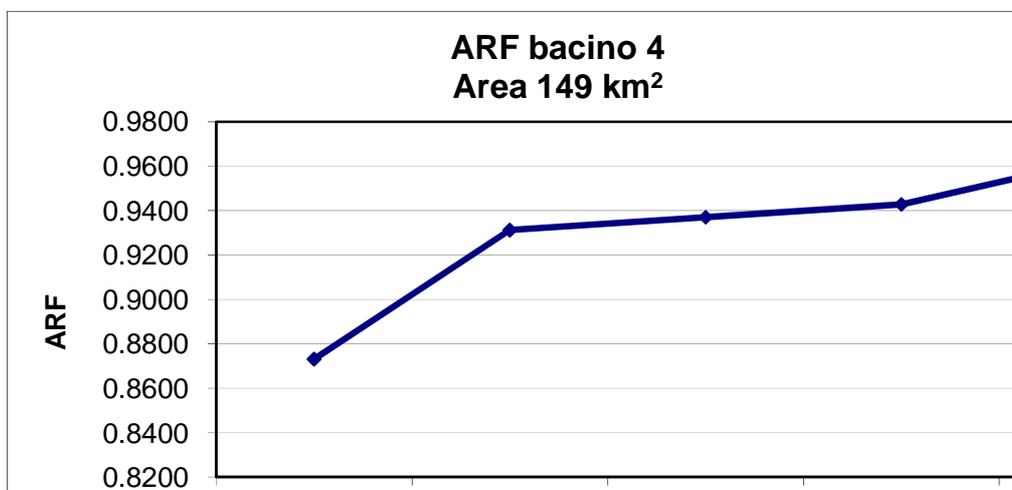


Figura 16: Valori sperimentali di ARF ottenuti per il bacino 4

7. Bibliografia

- Anselmo, V., 1992: Analisi delle precipitazioni di breve durata in Italia Centrale. In: 'Previsione e prevenzione degli eventi idrologici estremi e loro controllo'. Rapporto 1989, CNR-GNDICI, p. 291, 1992.
- Asquith, A.W. e J.S. Famiglietti, 2000: Precipitation areal-reduction factor estimation using an annual-maxima centered approach. *J. Hydrol.*, 230, 55–69.
- Bacchi, B. e R. Rosso, 1991: Studio dei criteri di progetto delle reti idrometeorologiche. Politecnico di Milano.
- Bacchi, B. e M. Borga, 1993: Spatial correlation patterns and rainfall field analysis. *Excerpta*, 7, 7-40.
- Bacchi, B., Mariani, M. e R. Ranzi, 1995: Analisi delle piogge di breve durata e forte intensità a scala regionale: Pianura Padana, Valtellina e Orobic, Rapporto Interno dell'Università di Brescia, 148 pp.
- Bacchi, B., e R. Ranzi, 1996: On the derivation of the areal reduction factor of storms, *Atmos.Res.*, 42, 123–135.
- Battista, T. e D'Ippolito A., 1988: Criteri metodologici nella raccolta ed archiviazione dei dati pluviometrici pubblicati dal Servizio Idrografico. In: 'Previsione e prevenzione degli eventi idrologici estremi e loro controllo'. Rapporto 1987, CNR-GNDICI, p. A1, 1988.
- Benjamin, J.R. e C.A. Cornell, 1970: *Probability, Statistics and Decision for Civil Engineers*. McGraw-Hill, New York, 684 pp.
- Borga, M. e A. Vizzaccaro, 1997: On the interpolation of hydrologic variables: formal equivalence of multiquadratic surface fitting and kriging. *J. Hydrol.*, 195, 160-171, 1997.
- Borga, M., G. Dalla Fontana e C. Vezzani, 2005: Regional rainfall depth-duration-frequency equations for an alpine region. *Natural Hazards*, 36, 221-235, 2005.
- Burlando, P. e R. Rosso, 1991: Modelli di previsione statistica delle piogge intense di progetto. *Atti del Corso di Aggiornamento su: Modelli idrologici superficiali nella pianificazione di bacino*, Milano 10-14 giugno, 367-422.
- Burlando, P. e R. Rosso, 1996: Scaling and multiscaling models of depth-duration-frequency curves of storm precipitation. *J. Hydrol.*, 187, 45-64.
- Chow, V.T., 1951: A general formula for hydrologic frequency analysis. *Trans. Am. Geophysical Union*, 32, 2, 231-237.
- Chow, V.T., D.R. Maidment e L.W. Mays, 1988: *Applied Hydrology*. McGraw-Hill, New York, 572 pp.
- Chua, S.H. e R. Bras, 1982: Optimal estimation of mean areal precipitation in regions of orographic influence, *J. Hydrol.*, 57, 713-728.
- Cunnane, C., 1989: Statistical distributions for flood frequency analysis, *Operational Hydrology Report No. 33*, World Meteorological Organization WMO - N0 718, Ginevra, Svizzera.
- De Michele, C., N.T. Kottegoda e R. Rosso, 2001: The derivation of areal reduction factor of storm rainfall from its scaling properties, *Water Resour. Res.*, 37, (12), 3247–3252.
- Della Lucia, D., S. Fattorelli e S. Provasi, 1976: Determinazione delle zone omogenee per le piogge intense nel Trentino. *Memorie del Museo Tridentino di Scienze Naturali*, Vol. XXI, N. 2, Trento.
- Fischer, R.A., 1929: Moments and product moments of sampling distributions, *R. London Math. Soc.*, 2(30), 199.
- Gambolati, G., e G. Volpi, 1979a: Groundwater contour mapping in Venice by stochastic interpolators. *Water Resour. Res.*, 15(2), 281-297.
- Gambolati, G., e G. Volpi, 1979b: A conceptual deterministic analysis of the kriging technique in hydrology, *Water Resour. Res.*, 15(3), 625-629.

- Greenwood, J.A., J.M. Landwehr, N.C. Matalas e J.R. Wallis, 1979: Probability weighted moments: definition and relation to parameters of several distributions expressible in inverse form, *Water Resour. Res.*, 15(5), 1049-1054.
- Hazen, A., 1930: *Flood flows*, John Wiley, New York.
- Helsel, D.R. e R.M. Hirsch, 1992: *Statistical methods in water resources*. Elsevier, 522 pp.
- Hosking, J.R.M., 1990: L-moments: analysis and estimation of distributions using linear combinations of order statistics, *J. R. Stat. Soc., Ser. B.*, 52(2), 105-124.
- Hosking, J.R.M., 1991: Approximations for use in constructing L-moments ratio diagrams. Research Report RC-16635, IBM Research Division, T.J. Watson Research Center, Yorktown Heights, N.Y.
- Hosking, J.R.M. e J.R. Wallis, 1993: Some statistics useful in regional frequency analysis. *Water Resour. Res.*, 29, 2, 271-281.
- Hosking, J.R.M. e J.R. Wallis, 1995: Correction to: "Some statistics useful in regional frequency analysis". *Water Resour. Res.*, 31, 1, 251.
- Kendall, M.G., 1938: A new measure of rank correlation. *Biometrika*, 30, 81-93.
- Kite, G.W., 1988: *Frequency and risk analysis in hydrology*. Water Resources Publication, Littleton, Colo., 257 pp.
- Kottegoda, N.T., 1980: *Stochastic water resources technology*. MacMillan Press, Hong Kong, 384 pp.
- Koutsoyiannis, D., D. Kozonis e E A. Manetas, 1998: A mathematical framework for studying rainfall intensity-duration-frequency relationships, *J. Hydrol.*, 206, 118-135.
- Mann, H.B., 1945: Nonparametric test against trend. *Econometrica*, 13, 245-259.
- Matheron, G., 1965: *Le variables regionalisees et leur estimation*. Masson et Cie Editeurs, Parigi.
- Matheron, G., 1971: *The theory of regionalized variables and its application*. Le Cahiers du Centre de Morphologie Mathematique, Ecole de Mines, Fontainebleau, Fasc. 1.
- Moisello, U. e S. Papiri, 1986: Relazione tra altezza di pioggia puntuale e ragguagliata, XX Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche, Padova, 8-10 settembre 1986, Atti, Padova, Libreria Progetto, 1986, p. 615-631.
- Natural Environment Research Council, 1975: *Flood Studies Report: Hydrological Studies (I)*. NERC Publications, Londra.
- Ranzi, R., M. Mariani, E. Rossini, B. Armanelli e B. Bacchi, 1999: *Analisi e sintesi delle piogge intense del territorio bresciano*. Rapporto Tecnico n. 12, Università di Brescia, 94 pp.
- Sivapalan, M., e G. Bloschl, 1998: Transformation of point rainfall to areal rainfall: intensity duration-frequency curves. *J. Hydrol.*, 204(1-4), 150-167.
- Stedinger, J.R., R.M. Vogel e E. Foufoula-Georgiou, 1993 : Frequency analysis of extreme events, in *Handbook of Applied Hydrology*, cap. 18, Ed. D.A. Maidment, McGraw-Hill, New York.
- Vogel, R.M. e N.F. Fennessey, 1993 : L moments diagrams should replace product moment diagrams, *Water Resour. Res.*, 29(6), 1745-1752.
- Wallis, J.R., 1989: Regional frequency analysis using L moments, Res. Rep. 14597, 17 pp., IBM Res. Div., T.J. Watson Res. Cent., Yorktown Heights, N.Y..
- Wallis, J.R., N.C. Matalas e J.R. Slack, 1974: Just a moment!, *Water Resour. Res.*, 27, 12, 3149-3158.
- Wang, Q.J., 1996: Direct sample estimators of L moments, *Water Resour. Res.*, 32(12), 3617-3619.